

(全8枚中の1枚目)

校種	中・高・特中・特高	受験番号	
----	-----------	------	--

⑤ 中学校・高等学校 数 学 解答例

(解答にあたっては、計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと)

(1 ~ 3 はすべての受験者が解答すること)

1	4点 (1) $m=3$ のとき、①は $x^2+6x+5>0$ $(x+1)(x+5)>0$ よって、$x<-5, -1<x$ …… (答)
---	---

(全8枚中の2枚目)

校種	中・高・特中・特高	受験番号	
----	-----------	------	--

⑤ 中学校・高等学校 数 学 解答例

(解答にあたっては、計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと)

2

(1)	①	4 人の手の出し方は 3^4 通りあり、これらは同様に確からしい。 2 人が勝つとき、その 2 人の組み合わせは ${}_4C_2$ 通りあり、勝つ手は 3 通りあるから、求める確率は $\frac{{}_4C_2 \times 3}{3^4} = \frac{2}{9}$	4 点
	②	余事象を考える。あいこにならないのはグー、チョキ、パーのうちちょうど 2 種類の手が出るときである。どの 2 種類がでるかが ${}_3C_2$ 通り。グーとチョキが出て勝負が決まるときの手の出し方は、全員が「グーまたはチョキ」であり「全員がグー」と「全員がチョキ」が不適であるから、 $2^4 - 2$ 通りある。 よってあいこにならない確率は $\frac{3 \times (2^4 - 2)}{3^4} = \frac{14}{27}$ したがって、求める確率は $1 - \frac{14}{27} = \frac{13}{27}$	4 点
(2)	①	12 個の正五角形の頂点の数は 5×12 20 個の正六角形の頂点の数は 6×20 1 つの頂点に 3 つの面が集まっているから、求める頂点の数は $\frac{5 \times 12 + 6 \times 20}{3} = 60$	4 点
	②	12 個の正五角形の辺の数は 5×12 20 個の正六角形の辺の数は 6×20 1 つの辺に 2 つの面が集まっているから、求める辺の数は $\frac{5 \times 12 + 6 \times 20}{2} = 90$	4 点

3

(1)	2 6	(2)	3	(3)	- 2	(4)	2 6
(5)	1 3	(6)	1 6	(7)	1 6		

※ (2) - 3, (3) 2 でも正解

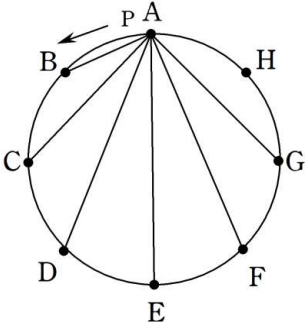
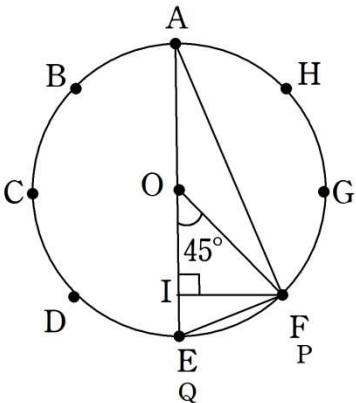
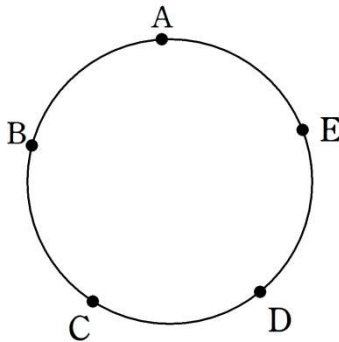
(全8枚中の3枚目)

校種	中・高・特中・特高	受験番号	
----	-----------	------	--

⑤ 中学校・高等学校 数 学 解答例

(解答にあたっては、計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと)

(中学校受験者のみ解答すること)

4	線分 AP として考えられるのは、 線分 AB, AC, AD, AE, AF, AG の6通り。 (1) この中で AC=AG, AD=AF だから、 線分 AP の長さとして考えられるのは4通り。 よって、4通り…… (答)		4点	
	(2) △APQ が直角三角形になる場合は、 (大, 小) = (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6), (5, 4), 6, 4), (6, 6) の14通り。大小2つのさいころの目の出方は全部で36通りだから、 求める確率は、$\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$ …… (答)		4点	
	(3) 右図のように、円の中心をOとすると、 点Oは線分AE上にある。点Fから線分AEに 垂線FIをひく。 $\angle POQ = \angle FOE = 360^\circ \times \frac{1}{8} = 45^\circ$ より、 △OIFは直角二等辺三角形である。 よって $FI = \frac{1}{\sqrt{2}} OF = 2\sqrt{2}$ (cm) $\triangle APQ = 8 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$ $= 8\sqrt{2}$ (cm²) …… (答) É			4点
	(4) △APQ が二等辺三角形になる場合は、 (大, 小) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 6) (2, 1), (2, 2), (2, 4), (2, 6) (3, 1), (3, 3), (3, 4), (3, 6) (4, 2), (4, 3), (4, 4), (6, 1) (6, 2), (6, 3), (6, 6) の19通り。 よって、$\frac{19}{36}$ …… (答)		4点	

(全8枚中の4枚目)

校種	中・高・特中・特高	受験番号	
----	-----------	------	--

⑤ 中学校・高等学校 数 学 解答例

(解答にあたっては、計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと)

(中学校受験者のみ解答すること)

5

(1)	①	$x^3 - 4x^2 + 4x = 0$ $x(x^2 - 4x + 4) = 0$ $x(x - 2)^2 = 0$ $x = 0, 2 \dots\dots$ (答)	2点
	②	$x^4 - 6x^2 + 1 = 0$ $(x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 = 0$ $(x^2 - 1)^2 - (2x)^2 = 0$ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$ $x = -1 \pm \sqrt{2}, 1 \pm \sqrt{2} \dots\dots$ (答)	2点
(2)		$ax^2 + bx + c = 0$ 両辺を a でわる。 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a}$ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	4点
(3)	①	$2n + 1, 2n + 3$ は, 3 と 5 のように 2 つの続いた奇数を表している。 したがって, 1 と 9 のように 2 つの続いていない奇数について, 説明したことにならない。 すべての 2 つの奇数を表すためには, 文字を 2 種類用いる必要がある。	4点
	②	m, n を整数とすると, 2 つの奇数は $2m + 1, 2n + 1$ と表される。 したがって, 2 つの奇数の和は, $(2m + 1) + (2n + 1) = 2m + 2n + 2$ $= 2(m + n + 1)$ となる。 $m + n + 1$ は整数であるから, $2(m + n + 1)$ は偶数である。 したがって, 2 つの奇数の和は偶数になる。	4点

(全8枚中の5枚目)

校種	中・高・特中・特高	受験番号	
----	-----------	------	--

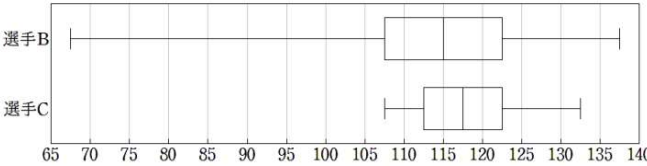
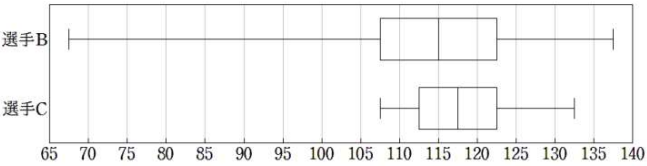
⑤ 中学校・高等学校 数 学 解答例

(解答にあたっては、計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと)

(中学校受験者のみ解答すること)

6

(1)	①	数学的活動	②	必要性	③	表やグラフ
	④	思考力	⑤	判断力	⑥	表現力
	⑦	観察	2点×5＝10点 ※④～⑥は全て正解して2点			
(2)	①	選手B 20回のうち、真ん中は10回目と11回目なので、 10回目は110m以上115m未満の階級の階級値なので、112.5m 11回目は115m以上120m未満の階級の階級値なので、117.5m よって、 $(112.5 + 117.5) \div 2 = 115$ よって中央値は115m 選手C 20回のうち、真ん中は10回目と11回目なので、 10回目、11回目は115m以上120m未満の階級 よって、階級値は117.5mなので、中央値は117.5m				2点
	②	(解答例1) 選手B 選手Bの130m以上の階級の相対度数が大きいため。また、最頻値を比べると、 選手Bが122.5m、選手Cが117.5mとなり、選手Cよりも選手Bの方が大きいため。 (解答例2) 選手C 選手Cの方が選手Bより中央値が大きく、115m未満の相対度数が選手Cの方が小さいため。 また、選手Cの方が選手Bより範囲が小さく、最小値も選手Bより大きいため、選手Cの方が 選手Bよりも遠くに飛べる可能性が高いと考えるから。				3点
	③	箱ひげ図 (四分位範囲も可)				2点
	④	(解答例1) 選手C 箱ひげ図を書くと、次のようになる。選手Cの方が中央値が大きく、全体の50%が選手Cの方が右にっているため。 (解答例2) 選手B 箱ひげ図を書くと、次のようになる。選手Bの方がひげが長く、遠くに飛んだ実績もあるため、 条件次第では選手Cよりも選手Bの方が遠くに飛べる可能性が高いと考えるから。 (解答例3) 選手C 四分位範囲を考えると、選手Bは第1四分位数105m、第2四分位数115m、第3四分位数122.5mとなり、四分位範囲は17.5mとなる。選手Cは第1四分位数112.5m、第2四分位数117.5m、第3四分位数122.5mとなり、四分位範囲は10mとなる。第3四分位数はどちらも変わらないが、選手Cの方が、第2四分位数が大きく、データの散らばり具合が小さいので、選手Cの方が選手Bよりも飛距離を出せる可能性が高いと考えるから。				3点



(全8枚中の6枚目)

校種	中・高・特中・特高	受験番号	
----	-----------	------	--

⑤ 中学校・高等学校 数 学 解答例

(解答にあたっては、計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと)

(高等学校受験者のみ解答すること)

7	4点 (1) $(a+b)^n = {}_nC_0a^n + {}_nC_1a^{n-1}b + {}_nC_2a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_{n-1}ab^{n-1} + {}_nC_nb^n$ より、この式に $a=1, b=-1$ を代入すると $(1-1)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1(-1) + {}_nC_2(-1)^2 + \cdots + {}_nC_{n-1}(-1)^{n-1} + {}_nC_n(-1)^n$ よって、 ${}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \cdots + (-1)^{n-1}{}_nC_{n-1} + (-1)^n{}_nC_n = 0$
	4点 (2) $2x+y=k$ (kは実数)とおき、円 $x^2+y^2=4$ と直線 $2x+y-k=0$ が共有点を持つような実数 kの値の範囲を求める。 (原点と直線の距離) $\leq$ (円の半径) より $\frac{ 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - k }{\sqrt{2^2 + 1^2}} \leq 2$ $ k \leq 2\sqrt{5}$ $-2\sqrt{5} \leq k \leq 2\sqrt{5}$ したがって、最大値 $2\sqrt{5}$ …… (答) E
	4点 (3) $\log_2 12^{100} = 100 \log_2 (2^2 \cdot 3) = 100(2 + \log_2 3) = 100(2 + 1.585) = 358.5$ よって、$358 < \log_2 12^{100} < 359$ であるから $2^{358} < 12^{100} < 2^{359}$ したがって、10進数 12^{100} を2進数で表したときの桁数は 359 …… (答)
	4点 (4) $ \vec{a} - \vec{b} = \sqrt{6} \text{ より } \vec{a} - \vec{b} ^2 = 6 \quad \text{よって} \quad \vec{a} ^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} ^2 = 6$ $ \vec{a} = 1, \vec{b} = 3 \text{ より } -2\vec{a} \cdot \vec{b} = -4 \quad \text{ゆえに} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ ここで $\vec{a} + t\vec{b} ^2 = \vec{a} ^2 + 2t\vec{a} \cdot \vec{b} + t^2 \vec{b} ^2 = 1^2 + 2t \times 2 + t^2 \times 3^2 = 9t^2 + 4t + 1 = 9\left(t + \frac{2}{9}\right)^2 + \frac{5}{9}$ よって、$\vec{a} + t\vec{b} ^2$ は $t = -\frac{2}{9}$ で最小値 $\frac{5}{9}$ をとる。 $\vec{a} + t\vec{b} \geq 0$ であるから、$\vec{a} + t\vec{b} ^2$ が最小になるとき、$\vec{a} + t\vec{b}$ も最小になる。 したがって、$\vec{a} + t\vec{b}$ の最小値は $\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ …… (答)

(全8枚中の7枚目)

校種	中・高・特中・特高	受験番号	
----	-----------	------	--

⑤ 中学校・高等学校 数 学 解答例

(解答にあたっては, 計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと)

(高等学校受験者のみ解答すること)

8		4 点
(1)	$OT = \widehat{TP} = a\theta$	
(2)	$x = OT - PQ = a\theta - a\sin \theta = a(\theta - \sin \theta)$ $y = CT - CQ = a - a\cos \theta = a(1 - \cos \theta)$	4 点
(3)	$S = \int_0^{2\pi a} ydx$ また、 $x = a(\theta - \sin \theta)$ より $dx = a(1 - \cos \theta)d\theta$ x と θ の対応は右のようになる。 よって、置換積分法により $S = \int_0^{2\pi a} ydx$ $= \int_0^{2\pi} a(1 - \cos \theta) \cdot a(1 - \cos \theta)d\theta$ $= a^2 \int_0^{2\pi} (1 - \cos \theta)^2 d\theta$ $= a^2 \int_0^{2\pi} (1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta)d\theta$ $= a^2 \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos \theta + \frac{1 + \cos 2\theta}{2}\right)d\theta$ $= a^2 \left[\frac{3}{2}\theta - 2\sin \theta + \frac{1}{4}\sin 2\theta \right]_0^{2\pi}$ $= 3\pi a^2$	8 点

(全8枚中の8枚目)

校種	中・高・特中・特高	受験番号	
----	-----------	------	--

⑤ 中学校・高等学校 数 学 解答例

(解答にあたっては、計算が必要なものはすべて途中の計算も書くこと)

(高等学校受験者のみ解答すること)

9

(1)	①	数学的活動	②	具体的	③	思考力
	④	判断力	⑤	表現力	⑥	構造
	⑦	多面的	2点×5＝10点 ※③～⑤は全て正解して2点			

(2)	【問題例】5点 くじ A は 100 本中 1 本が当たりで賞金が 10000 円，くじ B は 100 本中 5 本が当たりで賞金が 1000 円である。くじ A とくじ B のどちらを選んだ方がより多くの賞金を得ることが期待できるか。
	【解答例】5点 くじ A を 1 本引くときの賞金額の期待値は $10000 \times \frac{1}{100} + 0 \times \frac{99}{100} = 100$ くじ B を 1 本引くときの賞金額の期待値は $1000 \times \frac{5}{100} + 0 \times \frac{95}{100} = 50$ 以上から，くじ A の方が賞金額の期待値が大きいのので，くじ B を引く方がより多くの賞金が期待できる。